**数列的基础知识**

**数列的定义**

**按照一定顺序排列的一列数称为数列．数列中的每一个数叫做这个数列的项，数列中的每一项都和它的序号有关，排在第一位的数称为这个数列的第一项(通常也叫做首项)．**

**数列的通项公式**

**如果数列{*an*}的第*n*项与序号*n*之间的关系可以用一个式子来表示，那么这个公式叫做这个数列的通项公式．**

**数列的递推公式**

**如果已知数列{*an*}的第一项(或前几项)，且任何一项*an*与它的前一项*an*－1(或前几项)间的关系可以用一个式子来表示，即*an*＝*f*(*an*－1)(或*an*＝*f*(*an*－1，*an*－2)等)，那么这个式子叫做数列{*an*}的递推公式．**

***Sn*与*an*的关系**

**已知数列{*an*}的前*n*项和为*Sn*，则**

***an*＝这个关系式对任意数列均成立．**

**数列的分类**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **分类标准** | **类型** | **满足条件** | |
| **按项数分类** | **有穷数列** | **项数有限** | |
| **无穷数列** | **项数无限** | |
| **按项与项间的大小关系分类** | **递增数列** | ***an*＋1＞*an*** | **其中*n*∈N\*** |
| **递减数列** | ***an*＋1＜*an*** |
| **常数列** | ***an*＋1＝*an*** |
| **按其他标准分类** | **有界数列** | **存在正数*M*，使|*an*|≤*M*** | |
| **摆动数列** | **从第二项起，有些项大于它的前一项，有些项小于它的前一项** | |

**等差数列的有关概念**

**(1)定义：如果一个数列从第2项起，每一项与它的前一项的差都等于同一个常数，那么这个数列就叫做等差数列．符号表示为*an*＋1－*an*＝*d*(*n*∈N\*，*d*为常数)．**

**(2)等差中项：数列*a*，*A*，*b*成等差数列的充要条件是*A*＝，其中*A*叫做*a*，*b*的等差中项．**

**等差数列的有关公式**

**(1)通项公式：*an*＝*a*1＋(*n*－1)*d*.**

**(2)前*n*项和公式：*Sn*＝*na*1＋*d*＝.**

**等差数列的常用性质**

**(1)通项公式的推广：*an*＝*am*＋(*n*－*m*)*d*(*n*，*m*∈N\*)．**

**(2)若{*an*}为等差数列，且*k*＋*l*＝*m*＋*n*(*k*，*l*，*m*，*n*∈N\*)，则*ak*＋*al*＝*am*＋*an*.**

**(3)若{*an*}是等差数列，公差为*d*，则{*a*2*n*}也是等差数列，公差为2*d*.**

**(4)若{*an*}是等差数列，公差为*d*，则*ak*，*ak*＋*m*，*ak*＋2*m*，…(*k*，*m*∈N\*)是公差为*md*的等差数列．**

**(5)若数列{*an*}，{*bn*}是公差分别为*d*1，*d*2的等差数列，则数列{*pan*}，{*an*＋*p*}，{*pan*＋*qbn*}都是等差数列(*p*，*q*都是常数)，且公差分别为*pd*1，*d*1，*pd*1＋*qd*2.**

**等比数列的有关概念**

**(1)定义：如果一个数列从第2项起，每一项与它的前一项的比等于同一常数(不为零)，那么这个数列就叫做等比数列．这个常数叫做等比数列的公比，通常用字母*q*表示，定义的表达式为＝*q*.**

**(2)等比中项：如果*a*，*G*，*b*成等比数列，那么*G*叫做*a*与*b*的等比中项．即：*G*是*a*与*b*的等比中项⇔*a*，*G*，*b*成等比数列⇒*G*2＝*ab*.**

**等比数列的有关公式**

**(1)通项公式：*an*＝*a*1*qn*－1.**

**(2)前*n*项和公式：*Sn*＝**

**运用方程的思想求解等比数列的基本量**

**(1)若已知*n*，*an*，*Sn*，先验证*q*＝1是否成立，若*q*≠1，可以通过列方程(组)求出关键量*a*1和*q*，问题可迎刃而解．**

**(2)若已知数列{*an*}中的两项*an*和*am*，可以利用等比数列的通项公式，得到方程组计算时两式相除可先求出*q*，然后代入其中一式求得*a*1，进一步求得*Sn*.另外，还可以利用公式*an*＝*am*·*qn*－*m*直接求得*q*，可减少运算量．**

**公式法与分组转化法**

**(1)公式法**

**直接利用等差数列、等比数列的前*n*项和公式求和．**

**①等差数列的前*n*项和公式：*Sn*＝＝*na*1＋*d*.**

**②等比数列的前*n*项和公式：**

***Sn*＝**

**(2)分组转化法**

**若一个数列是由若干个等差数列或等比数列或可求和的数列组成，则求和时可用分组转化法，分别求和后相加减．**

**倒序相加法与并项求和法**

**(1)倒序相加法**

**如果一个数列{*an*}的前*n*项中首末两端等“距离”的两项的和相等或等于同一个常数，那么求这个数列的前*n*项和可用倒序相加法，如等差数列的前*n*项和公式就是用此法推导的．**

**(2)并项求和法**

**在一个数列的前*n*项和中，可两两结合求解，则称之为并项求和．**

**形如*an*＝(－1)*nf*(*n*)类型，可采用两项合并求解．**

**例如，*Sn*＝1002－992＋982－972＋…＋22－12＝(1002－992)＋(982－972)＋…＋(22－12)＝(100＋99)＋(98＋97)＋…＋(2＋1)＝5 050.**

**裂项相消法**

**(1)把数列的通项拆成两项之差，在求和时中间的一些项可以相互抵消，从而求得其和．**

**(2)常见的裂项技巧**

**①＝－.**

**②＝.**

**③＝.**

**④＝－.**

**错位相减法**

**如果一个数列的各项是由一个等差数列和一个等比数列的对应项之积构成的，那么这个数列的前*n*项和即可用错位相减法来求，如等比数列的前*n*项和公式就是用此法推导的.**