**数列的通项公式**

**[典例1] 数列{*an*}的前*n*项和*Sn*＝2*n*2－3*n*，求{*an*}的通项公式：**

**[解]　(1)*a*1＝*S*1＝2－3＝－1，**

**当*n*≥2时，*an*＝*Sn*－*Sn*－1＝(2*n*2－3*n*)－[2(*n*－1)2－3(*n*－1)]＝4*n*－5，**

**由于*a*1也适合此等式，**

**所以{*an*}的通项公式为*an*＝4*n*－5.**

**跟踪1 已知数列{*an*}的前*n*项和为*Sn*＝*n*2－2*n*＋2，则数列{*an*}的通项公式为(　　)**

**A．*an*＝2*n*－3 B．*an*＝2*n*＋3**

**C．*an*＝ D．*an*＝**

**解析：选C　当*n*＝1时，*a*1＝*S*1＝1，当*n*≥2时，*an*＝*Sn*－*Sn*－1＝2*n*－3，由于*n*＝1时*a*1的值不适合*n*≥2的解析式，故{*an*}的通项公式为*an*＝**

**跟踪2．数列{*an*}中，*a*1＝1，对于所有的*n*≥2，*n*∈N\*都有*a*1·*a*2·*a*3·…·*an*＝*n*2，则*a*3＋*a*5＝(　　)**

**A. B. C. D.**

**解析：选A　令*n*＝2,3,4,5，分别求出*a*3＝，*a*5＝，∴*a*3＋*a*5＝.**

**[典例2]　(1)已知数列{*an*}满足*a*1＝，*an*＋1＝*an*＋，则*an*＝\_\_\_\_\_\_\_\_；**

**[解析]　(1)由条件知*an*＋1－*an*＝＝＝－，**

**则(*a*2－*a*1)＋(*a*3－*a*2)＋(*a*4－*a*3)＋…＋(*an*－*an*－1)**

**＝＋＋＋…＋－，**

**即*an*－*a*1＝1－，又∵*a*1＝，**

**∴*an*＝1－＋＝－.**

**跟踪2 设数列{*an*}满足*a*1＝1，且*an*＋1－*an*＝*n*＋1，求数列{*an*}的通项公式．**

**解：由题意有*a*2－*a*1＝2，*a*3－*a*2＝3，…，*an*－*an*－1＝*n*(*n*≥2)．**

**以上各式相加，得*an*－*a*1＝2＋3＋…＋*n*＝＝.**

**又∵*a*1＝1，∴*an*＝(*n*≥2)．**

**∵当*n*＝1时也满足此式，**

**∴*an*＝(*n*∈N\*)．**

**[典例3] 若数列{*an*}满足*a*1＝，*an*＋1＝*an*，则通项*an*＝\_\_\_\_\_\_\_\_；**

**解：由*an*＋1＝*an*(*an*≠0)，得＝，**

**故*an*＝··…··*a*1**

**＝··…··**

**＝.**

**[典例4] 若数列{*an*}满足*a*1＝1，*an*＋1＝2*an*＋3，则*an*＝\_\_\_\_\_\_\_\_；**

**解：设递推公式*an*＋1＝2*an*＋3可以转化为*an*＋1－*t*＝2(*an*－*t*)，即*an*＋1＝2*an*－*t*，则*t*＝－3.**

**故*an*＋1＋3＝2(*an*＋3)．**

**令*bn*＝*an*＋3，则*b*1＝*a*1＋3＝4，*bn*≠0，且＝＝2.**

**所以{*bn*}是以4为首项，2为公比的等比数列．**

**所以*bn*＝4×2*n*－1＝2*n*＋1，**

**即*an*＝2*n*＋1－3.**

**跟踪4．已知数列{*an*}中，*a*1＝1，若*an*＝2*an*－1＋1(*n*≥2)，则*a*5的值是\_\_\_\_\_\_\_\_．**

**解析：∵*an*＝2*an*－1＋1，∴*an*＋1＝2(*an*－1＋1)，∴＝2，又*a*1＝1，∴{*an*＋1}是以2为首项，2为公比的等比数列，即*an*＋1＝2×2*n*－1＝2*n*，∴*a*5＋1＝25，即*a*5＝31.**

**答案：31**

**[典例5] 若数列{*an*}满足*a*1＝1，*an*＋1＝，则*an*＝\_\_\_\_\_\_\_\_.**

**解∵*an*＋1＝，*a*1＝1，**

**∴*an*≠0，**

**∴＝＋，**

**即－＝，**

**又*a*1＝1，则＝1，**

**∴是以1为首项，为公差的等差数列．**

**∴＝＋(*n*－1)×＝＋，**

**∴*an*＝.**

**巩固练习**

**1.若数列{*an*}满足：*a*1＝1，*an*＋1＝*an*＋2*n*，求数列{*an*}的通项公式．**

**解：由题意知*an*＋1－*an*＝2*n*，*an*＝(*an*－*an*－1)＋(*an*－1－*an*－2)＋…＋(*a*2－*a*1)＋*a*1＝2*n*－1＋2*n*－2＋…＋2＋1＝＝2*n*－1.又因为当*n*＝1时满足此式，所以*an*＝2*n*－1.**

**2.设*Sn*是数列{*an*}的前*n*项和，且*a*1＝－1，*an*＋1＝*SnSn*＋1，则*Sn*＝\_\_\_\_\_\_\_\_.**

**解析：∵*an*＋1＝*Sn*＋1－*Sn*，*an*＋1＝*SnSn*＋1，**

**∴*Sn*＋1－*Sn*＝*SnSn*＋1.**

**∵*Sn*≠0，∴－＝1，即－＝－1.**

**又＝－1，**

**∴是首项为－1，公差为－1的等差数列．**

**∴＝－1＋(*n*－1)×(－1)＝－*n*，∴*Sn*＝－.**

**答案：－**

**3.若数列{*an*}的前*n*项和*Sn*＝*an*＋，则{*an*}的通项公式是*an*＝\_\_\_\_\_\_\_\_.**

**解析：当*n*＝1时，由已知*Sn*＝*an*＋，得*a*1＝*a*1＋，即*a*1＝1；当*n*≥2时，由已知得到*Sn*－1＝*an*－1＋，所以*an*＝*Sn*－*Sn*－1＝－＝*an*－*an*－1，所以*an*＝－2*an*－1，所以数列{*an*}为以1为首项，以－2为公比的等比数列，所以*an*＝(－2)*n*－1.**

**答案：(－2)*n*－1**

**4．已知数列{*an*}满足*a*1＝1，*an*＋1*an*＝2*n*(*n*∈N\*)，则*a*10＝(　　)**

**A．64 B．32 C．16 D．8**

**解析：选B　∵*an*＋1*an*＝2*n*，∴*an*＋2*an*＋1＝2*n*＋1，两式相除得＝2.又*a*1*a*2＝2，*a*1＝1，∴*a*2＝2.**

**则···＝24，即*a*10＝25＝32.**

**5.已知数列{*an*}满足*a*1＝1，*an*＝(*n*∈N\*，*n*≥2)，数列{*bn*}满足关系式*bn*＝(*n*∈N\*)．**

**(1)求证：数列{*bn*}为等差数列；**

**(2)求数列{*an*}的通项公式．**

**解：(1)证明：∵*bn*＝，且*an*＝，**

**∴*bn*＋1＝＝＝，**

**∴*bn*＋1－*bn*＝－＝2.**

**又∵*b*1＝＝1，**

**∴数列{*bn*}是以1为首项，2为公差的等差数列．**

**(2)由(1)知数列{*bn*}的通项公式为*bn*＝1＋(*n*－1)×2＝2*n*－1，又*bn*＝，∴*an*＝＝.∴数列{*an*}的通项公式为*an*＝.**